

Les fonctions logiques de base

Benali
Said

Arabi
Asmae

Collège Abderrahmane
Bnou Aouf à Oujda

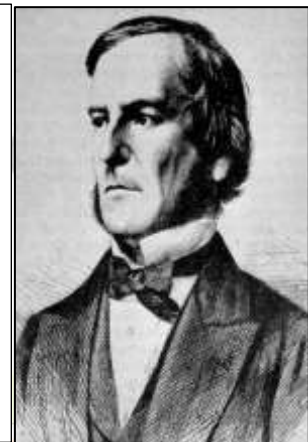
A-Introduction :

Avant de matérialiser les schémas électriques, il faudra utiliser les fonctions logiques de base pour rendre ces schémas le plus simple que possible en s'appuyant sur l'algèbre de Boole.

1- Qui est George Boole ?

George Boole, né le 2 novembre 1815 en Angleterre et mort le 8 décembre 1864, est un logicien, mathématicien et philosophe

Britannique. C'est le fondateur de la logique moderne. En 1854, il a réussi à symboliser le langage mathématique et de traduire des idées et des concepts en termes logiques : pour cela, il a créé une algèbre binaire basée sur deux valeurs numériques le 0 et 1.



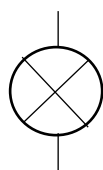
A-Notions de Boole :

1- Variable binaire :

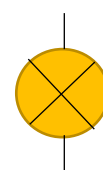
Une variable binaire est une quantité qui n'admet que deux états possibles (vrai ou faux), (présent ou absent), (fermé ou ouvert), (allumé ou éteint), (actionné ou non actionné) sont codés respectivement par **1** et **0**.

Exemples :

- une lampe prend deux états possibles (Allumée ou éteinte) :



Eteinte « 0 »



Allumée « 1 »

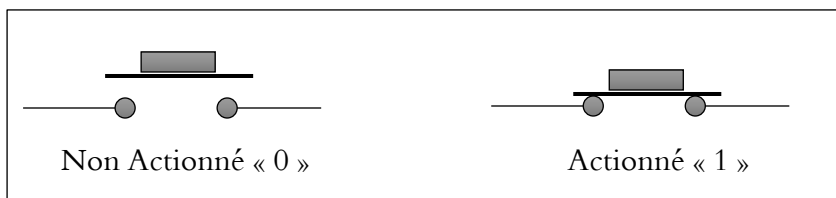
Les fonctions logiques de base

Benali
Saïd

Arabi
Asmae

Collège Abderrahmane
Bnou Aouf à Oujda

- un bouton-poussoir n'admet que deux états possibles (Actionné ou Non Actionné) :



2- les fonctions logiques de base :

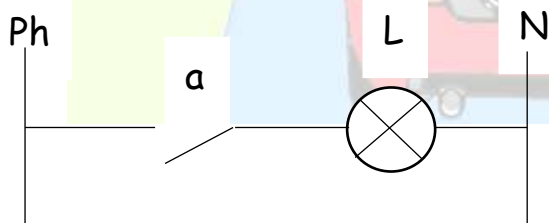
Il existe quatre fonctions logiques de base qui sont :

- La fonction logique OUI
- La fonction logique NON
- La fonction logique OU
- La fonction logique ET

On peut les définir : Soit par un schéma électrique, soit par la table de vérité ou par le symbole logique.

a- Schéma électrique : Est une représentation qui permet de définir une fonction logique en utilisant les symboles normalisés des composants électriques.

Exemple :



- **L'interrupteur et le bouton-poussoir** sont des **variables d'entrées** qui sont représentés par des lettres minuscules, telles que : *a, b, c, d, e,...*

- **La lampe et le moteur** sont des **variables de sorties** qui sont représentés par des lettres majuscules, telles que : *L, M, S, P, K,...*

b- Table de vérité : c'est un tableau dans lequel on peut lire l'état logique de la (ou des) sortie(s) en fonction de toutes les combinaisons possibles des états logiques des variables d'entrée.

Les fonctions logiques de base

**Benali
Said**

**Arabi
Asmae**

**Collège Abderrahmane
Bnou Aouf à Oujda**

Une fonction logique de n variables admet 2^n combinaisons d'entrées possibles. la table de vérité de cette fonction comporte ainsi 2^n lignes.

Exemple : Soit une fonction logique F des deux variables a et b :

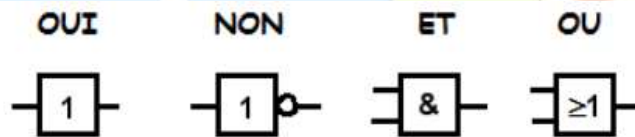
a	b	F(a ,b)
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Les quatre (2^2) combinaisons d'entrées possibles

Si on a 3 variables d'entrées a , b et c ; la table de vérité de cette fonction comporte ainsi $2^n = 2^3 = 8$ lignes.

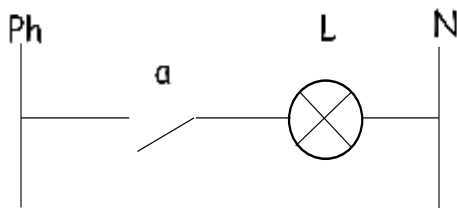
c-Symbole logique : c'est la représentation graphique normalisée des fonctions logiques.

Exemple :



2.1- la fonction logique OUI :

a- Schéma électrique :



b- Table de vérité :

a	L
0	0
1	1

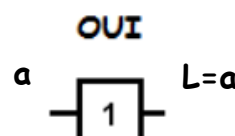
✓ Conclusion :

- la lampe L s'allume ($L=1$) lorsqu'on ferme l'interrupteur a ($a=1$) : $L=1$ lorsque $a=1$
- la lampe L s'éteint ($L=0$) lorsqu'on ouvre l'interrupteur a ($a=0$) : $L=0$ lorsque $a=0$

c- Equation logique :

$L = \text{oui } a = a$

d- Symbole logique :



Les fonctions logiques de base

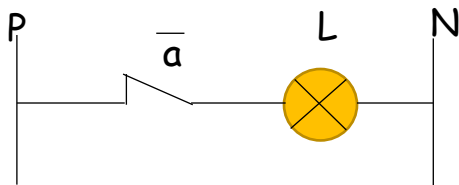
Benali
Saïd

Arabi
Asmae

Collège Abderrahmane
Bnou Aouf à Oujda

2.2- la fonction logique NON :

a- Schéma électrique :



✓ Conclusion :

-la lampe L s'allume ($L=1$) lorsqu'on libère le bouton-poussoir a ($a=0$) : $L=1$ lorsque $a=0$

-la lampe L s'éteint ($L=0$) lorsqu'on actionne le bouton-poussoir a ($a=1$) : $L=0$ lorsque $a=1$

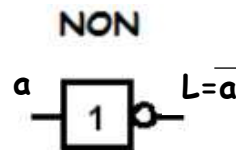
b- Table de vérité :

\bar{a}	a	L
1	0	1
0	1	0

c- Equation logique :

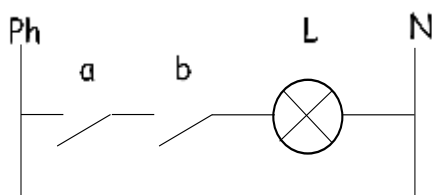
$L = \text{non } a = \bar{a}$

d- Symbole logique :



2.3- La fonction logique ET :

a- Schéma électrique :



✓ Conclusion :

-la lampe L s'allume ($L=1$) lorsqu'on ferme les deux interrupteurs a ($a=1$) et b ($b=1$) : $L=1$ lorsque $a=1$ et $b=1$

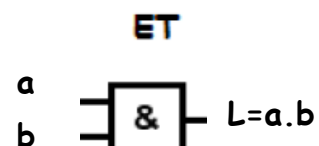
b- Table de vérité :

a	b	L
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

c- Equation logique :

$L = a \text{ et } b = a \cdot b$

d- Symbole logique :



Les fonctions logiques de base

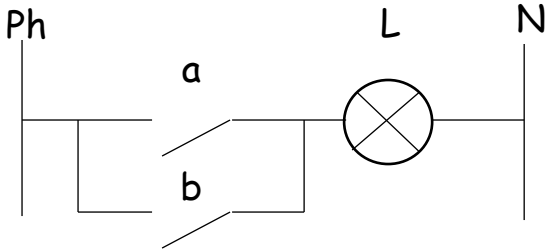
**Benali
Said**

**Arabi
Asmae**

**Collège Abderrahmane
Bnou Aouf à Oujda**

2.4- La fonction logique OU :

a- Schéma électrique :



✓ Conclusion :

-la lampe L s'allume ($L=1$) lorsqu'on ferme l'un des deux interrupteurs a ($a=1$) ou b ($b=1$) : $L=1$ lorsque $a = 1$ ou $b = 1$

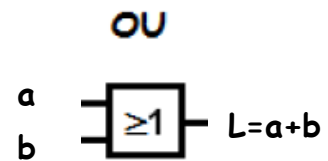
b- Table de vérité :

a	b	L
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

c- Equation logique :

$$L = a \text{ ou } b = a + b$$

d- Symbole logique :

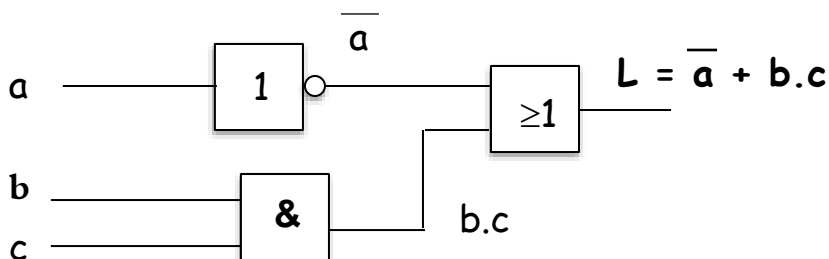


3- Le schéma logique :

C'est un schéma représentant le lien entre les variables d'entrées en utilisant les symboles des fonctions logiques.

Exemple :

Le schéma logique de l'équation $L = \bar{a} + b.c$ est le suivant :

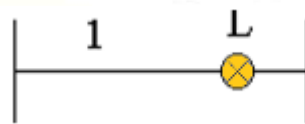


4- Les règles de base de l'algèbre booléenne :

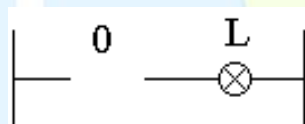
L'algèbre booléenne dispose d'un ensemble de lois, de théorèmes fondamentaux qui définissent les règles de base de la combinaison des variables booléennes. Ces règles sont utilisées pour simplifier les équations logiques afin de réduire autant que possible les fils conducteurs, les interrupteurs et les boutons dans le circuit électrique.

Observations :

On symbolise le fil électrique connecté par 1 :



On symbolise le fil électrique séparé par 0 :



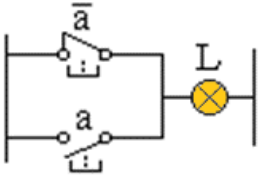
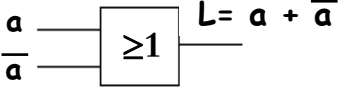
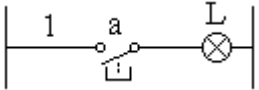
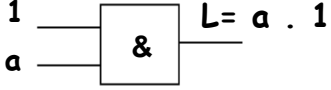
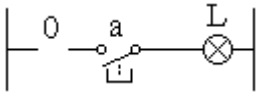
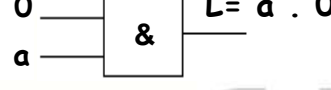
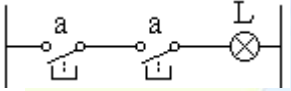

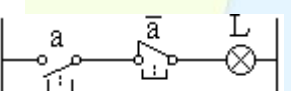

Schémas électriques	Symboles logiques	Tables de vérité	Règles									
	<p style="text-align: center;">OU</p>	<table border="1"> <tr><td>a</td><td>1</td><td>L</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table>	a	1	L	0	1	1	1	1	1	$a + 1 = 1$
a	1	L										
0	1	1										
1	1	1										
	<p style="text-align: center;">OU</p>	<table border="1"> <tr><td>a</td><td>0</td><td>L</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> </table>	a	0	L	0	0	0	1	0	1	$a + 0 = a$
a	0	L										
0	0	0										
1	0	1										
	<p style="text-align: center;">OU</p>	<table border="1"> <tr><td>a</td><td>a</td><td>L</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table>	a	a	L	0	0	0	1	1	1	$a + a = a$
a	a	L										
0	0	0										
1	1	1										

Les fonctions logiques de base

Benali
Saïd

Arabi
Asmae

Collège Abderrahmane
Bnou Aouf à Oujda

	<p>OU</p> 	<table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>a</th> <th>\bar{a}</th> <th>L</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>	a	\bar{a}	L	0	1	1	1	0	1	<p>$a + \bar{a} = 1$</p>
a	\bar{a}	L										
0	1	1										
1	0	1										
	<p>ET</p> 	<table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>a</th> <th>1</th> <th>L</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>	a	1	L	0	1	0	1	1	1	<p>$a . 1 = a$</p>
a	1	L										
0	1	0										
1	1	1										
	<p>ET</p> 	<table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>a</th> <th>0</th> <th>L</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table>	a	0	L	0	0	0	1	0	0	<p>$a . 0 = 0$</p>
a	0	L										
0	0	0										
1	0	0										
	<p>ET</p> 	<table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>a</th> <th>a</th> <th>L</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>	a	a	L	0	0	0	1	1	1	<p>$a . a = a$</p>
a	a	L										
0	0	0										
1	1	1										
	<p>ET</p> 	<table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>a</th> <th>\bar{a}</th> <th>L</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table>	a	\bar{a}	L	0	1	0	1	0	0	<p>$a . \bar{a} = 0$</p>
a	\bar{a}	L										
0	1	0										
1	0	0										

- $a + b = b + a$
- $(a + b) + c = a + (b + c)$
- $a . b = b . a$
- $1 + 1 = 1$
- $a + \bar{a}b = a + b$
- $\bar{a} + a\bar{b} = \bar{a} + \bar{b}$
- $\overline{a . b} = \bar{a} + \bar{b}$
- $\overline{a + b} = \bar{a} . \bar{b}$
- $\overline{\overline{a}} = a$
- $\overline{\overline{\overline{a}}} = \overline{\overline{a}} = a$
- $\overline{\overline{a + a}} = \overline{\overline{a}} = a$
- $\overline{\overline{a . a}} = \overline{\overline{a}} = a$

Les fonctions logiques de base

Benali

Arabi

Said

Asmae

Collège Abderrahmane

Bnou Aouf à Oujda

1- Exercices d'applications :

→ Exercice 1 : Démontrer que :

$$1- a + a.b = a$$

.....

.....

.....

$$2- a.c + \bar{a}.c + a.\bar{c} = a + c$$

Techno
Educ

→ Exercice 2 : Simplifier les équations logiques suivantes :

$$1- L = (a + b) . (a + c)$$

$$L =$$

$$L =$$

$$L =$$

$$L =$$

$$2- M = p h + \bar{p} h + p \bar{h} + h$$

$$M =$$

$$M =$$

$$M =$$

Les fonctions logiques de base

Benali
Saïd

Arabi
Asmae

Collège Abderrahmane
Bnou Aouf à Oujda

→ **Exercice 3** : On considère la table de vérité suivante :

a- Déduire l'équation logique correspondante **S**.

S =

a	n	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

b- Simplifier l'équation logique **S** :

S =

S =

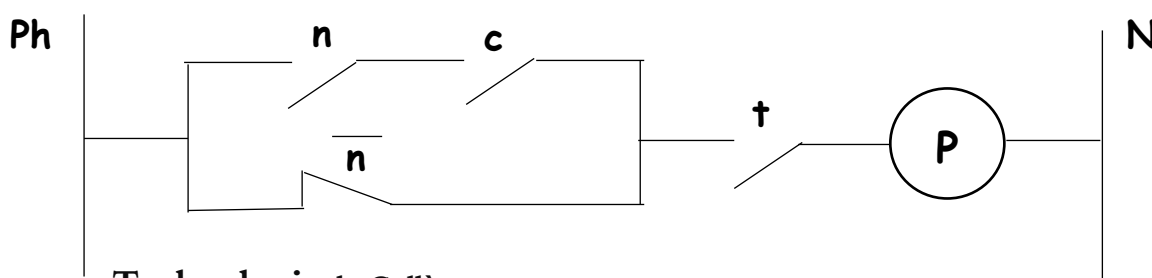
S =

S =

c- Etablir le schéma électrique de l'équation **S** simplifiée :

d- Etablir le schéma logique de la fonction **S** simplifiée :

→ **Exercice 4** : On considère le schéma électrique ci-dessous :



Les fonctions logiques de base

Benali
Said

Arabi
Asmae

Collège Abderrahmane
Bnou Aouf à Oujda

a- Etablir l'équation logique P correspondante au schéma électrique ci-dessus :

$P = \dots\dots\dots$

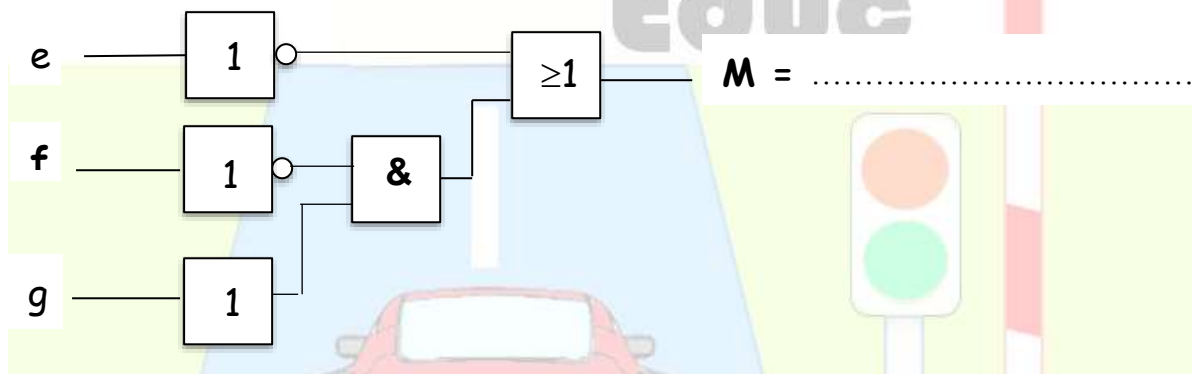
b- Simplifier l'équation logique P :

$P = \dots\dots\dots$

$P = \dots\dots\dots$

→ **Exercice 5** : On considère le schéma logique ci-dessous :

- Etablir l'équation logique M du schéma logique suivant :



→ **Exercice 6** : Etablir le schéma logique de l'équation logique suivante : $Z = c \cdot \bar{e} + t$

→ **Exercice 7** : Etablir le schéma électrique de l'équation suivante : $X = \bar{a} \cdot c + b$